

稀薄合金におけるウムクラップとフォノンドラグ の電気伝導に対する影響

渡辺 丕俊

Effect of Umklapp Process and Phonon Drag on the Low Temperature
Electrical Conductivity of Nonmagnetic Dilute Alloys

Hirotoishi WATANABE

The low-temperature deviations from Matthiessen's rule are derived by the Green's function method when Umklapp process and phonon drag are taken into account. Umklapp process becomes important when the neck of the Fermi surface becomes narrow, and phonon drag plays a role in sufficiently low temperature. It is shown, however, that the deviation due to phonon drag is not so large as that obtained by Dworin.

I. 序

不純物を含む金属の電気抵抗は、イオンによる効果、即ち、電子とフォノンとの散乱、及び、電子の不純物のポテンシャルによる散乱を考慮に入れることにより求められる。よく知られているように、Boltzman 方程式による電気抵抗の近似解⁽¹⁾によると、純粋な金属でのフォノン散乱は T^5 に比例する電気抵抗を与え、不純物のみによる散乱は温度に関係しない残留抵抗を主として与える。そしてさらに、不純物を含む金属の電気抵抗は、上に述べた二つの電気抵抗の和になるという、いわゆる Matthiessen 法則がその近似解から導かれる。しかしながら、この Matthiessen 法則に従わない電気抵抗の実験が、色々な金属において報告されている。たとえば Garland と Bowers⁽²⁾の実験では、純粋の In において T^2 の成分が大きいことを、又 Ekin⁽³⁾ は純粋の Al において一つの温度のベキだけで記述できない抵抗曲線を測定している。最近このような純粋な金属だけでなく、合金における Matthiessen 法則からのずれが Caplin と Rizutto⁽⁴⁾ によって測定された。彼等の Al 合金における実験によると、全体の電気抵抗 ρ_T と、純粋の金属の時の抵抗 ρ_0 との差 $\Delta\rho = \rho_T - \rho_0$ は低温で T^3 に比例し、その比例係数が $\ln(\rho_0)$ に比例している。これらの Matthiessen 法則からのずれを理論的に証明しようとして、その後ただちに色々な研究がなされた。我々はすでに⁽⁵⁾不純物合金における電子と不純物、及び、電子とフォノンの散乱の干渉によって T^2 に比例する $\Delta\rho$ の項を見出ししているが、Dworin⁽⁶⁾ はフォノンドラグを考慮することにより T^2 の項が求まることを示し、Ehrlich⁽⁷⁾ と Schotte and Schotte⁽⁸⁾ は拡散方程式を解く方法にウムクラップを考慮して Matthiessen 法則からのずれを求めている。また極く最近 Bergman⁽⁹⁾ は新しい試行関

数を用いて Boltzman 方程式による近似解を求め実験とよく一致することを示している。

以下の章では、まず我々の計算すべき電気抵抗の表式と、速度相関関数について復習する。そして、そこから導かれる Boltzman 方程式を、我々の近似解は、十分低温の領域であるから不純物散乱を零次近似とし、ウムクラップとフォノンドラグは摂動的に扱って解いてみる。この方針は Dworin が行ったものと一致するが、ここで得られた結果は彼の計算によるものに比べかなり異なっている。我々の計算によると、ウムクラップとフォノンドラグの寄与による温度抵抗は、それぞれ T^4 と T^3 に比例するが、フォノンドラグの寄与の大きさは Dworin の計算に比べてはるかに小さい。

II. 電気抵抗の計算法

この章で、ウムクラップとフォノンドラグを考慮にいたれたグリーン関数法による電気抵抗の表式を示すが、まずはじめに電気抵抗の計算法を簡単に復習して^{(10),(11)} 我々のモデルにおける計算を示す。

1. 速度相関関数。 電場の存在する時の全ハミルトニアン H_T を

$$H_T = H + H_I$$

とする。 H は系の電場と相互作用していない部分の全ハミルトニアンで、相互作用する部分 H_I は、 i 番目の電子の運動量 \mathbf{p}_i と、ベクトルポテンシャル \mathbf{A} により、

$$H_I = \sum_i [\mathbf{p}_i \mathbf{A}(\mathbf{r}_i) + \mathbf{A}(\mathbf{r}_i) \mathbf{p}_i]$$

と記述される。いま振動する電場を考えて次のようなベクトルポテンシャルをとる。

$$\mathbf{A} = e\mathbf{E}_0 \left[\frac{e^{i(\mathbf{q} \cdot \mathbf{r} - \omega t)}}{i\omega + \delta} + \text{c.c.} \right] \quad \text{但し} \quad 0 < \delta \ll 1$$

この時 H の固有値と固有関数で $H\phi_n = E_n\phi_n$ とすると、電流の期待値 $\mathbf{J}(\mathbf{q})$ は、一次の摂動計算で、

$$\begin{aligned} \mathbf{J}(\mathbf{q}) &= -\frac{e}{\Omega} \sum_n e^{-\beta(E_n - \mu N_n)} \int \Psi_n V(-\mathbf{q}) \Psi_n d^3\mathbf{r}_1 \dots d^3\mathbf{r}_N \\ &\quad + \frac{1}{\Omega} \sum_i \frac{-e^2}{mc} \langle \mathbf{A}(\mathbf{r}_i) e^{-i\mathbf{q} \cdot \mathbf{r}_i} \rangle \\ &= \frac{-ne^2}{im\omega} \mathbf{E}_0 e^{-i\omega t + \delta t} - \frac{e^2}{i\omega\Omega} \sum_{n,m} e^{-\beta(E_n - \mu N_n)} \\ &\quad \times \left[\frac{\langle n | \mathbf{v}(-\mathbf{q}) | m \rangle \langle m | \mathbf{v}(\mathbf{q}) | n \rangle \mathbf{E}_0}{E_n - E_m - \omega + i\delta} + \frac{\mathbf{E}_0 \langle n | \mathbf{v}(\mathbf{q}) | m \rangle \langle m | \mathbf{v}(-\mathbf{q}) | n \rangle}{E_n - E_m - \omega - i\delta} \right] e^{-i\omega t + \delta t} \dots \dots (1) \end{aligned}$$

ここで、速度の演算子 $\mathbf{v}(\mathbf{q})$ は電子の第二量子化演算子を使って、次のように書ける。

$$\begin{aligned} \mathbf{v}(\mathbf{q}) &= \frac{1}{2im} \sum_i [e^{i\mathbf{q} \cdot \mathbf{r}_i} \nabla_{\mathbf{r}_i} + \nabla_{\mathbf{r}_i} e^{i\mathbf{q} \cdot \mathbf{r}_i}] \\ &= \sum_k \langle \mathbf{k} + \frac{\mathbf{q}}{2} | \mathbf{v}_q | \mathbf{k} - \frac{\mathbf{q}}{2} \rangle a_{\mathbf{k} + \frac{\mathbf{q}}{2}}^\dagger a_{\mathbf{k} - \frac{\mathbf{q}}{2}} \equiv \sum_k \mathbf{v}_k a_{\mathbf{k} + \frac{\mathbf{q}}{2}}^\dagger a_{\mathbf{k} - \frac{\mathbf{q}}{2}} \dots \dots \dots (2) \end{aligned}$$

但し、速度の運動量表示の波動関数に対するマトリックス成分は、次のように定義する。

$$\langle \mathbf{k} + \frac{\mathbf{q}}{2} | \mathbf{v}_q | \mathbf{k} - \frac{\mathbf{q}}{2} \rangle = \int \Psi_{\mathbf{k} + \frac{\mathbf{q}}{2}}^\dagger \frac{1}{2im} [e^{i\mathbf{q} \cdot \mathbf{r}} \nabla_{\mathbf{r}} + \nabla_{\mathbf{r}} e^{i\mathbf{q} \cdot \mathbf{r}}] \Psi_{\mathbf{k} - \frac{\mathbf{q}}{2}} d^3\mathbf{r}.$$

さて一方、よく知られた速度相関関数

$$\begin{aligned}
 F_{xy}(t_2, t_1) &= \langle T v_x(-\mathbf{q}, t_2) v_y(\mathbf{q}, t_1) \rangle \\
 &= \frac{1}{Z} T_r \{ T e^{-\beta(H-\mu N)} e^{t_2 H} \mathbf{v}_x(-\mathbf{q}) e^{-(t_2-t_1)H} v_y(\mathbf{q}) e^{t_1 H} \} \\
 &= \sum_k \sum_{k'} v_{xk} v_{yk'} \langle T a_{k-q/2}^+(t_2) a_{k+q/2}(t_2) a_{k'+q/2}^+(t_1) a_{k'-q/2}(t_1) \rangle \dots\dots\dots(3)
 \end{aligned}$$

のフーリエ変換

$$F_{xy}(\omega_n) = \frac{1}{\beta} \int_0^\beta \int_0^\beta e^{\omega_n(t_2-t_1)} F_{xy}(t_2, t_1) dt_1 dt_2 \quad \text{但し} \quad \omega_n = \frac{2\pi n i}{\beta}$$

を求めて、電気伝導テンソル σ_{xy} の定義

$$\langle J_x(\mathbf{q}) \rangle = \sum_y \sigma_{xy}(\mathbf{q}, \omega) E_{0y} e^{-i\omega t + \delta t} \dots\dots\dots(4)$$

と比較してやれば、

$$\sigma_{xy}(\mathbf{q}, \omega) = -\frac{ne^2}{im\omega} \delta_{xy} + F_{xy}(\omega + i\delta) \dots\dots\dots(5)$$

を得る。従って、速度相関関数 F_{xy} を計算すれば、電気伝導度が求まる。

2. モデルの計算 これから考えるモデルハミルトニアン H として、次のものを考える。

$$H = H_0 + H_{im} + H_{e-p}.$$

ここで、
$$H_0 = \sum_p \{ E_p^\alpha \alpha_p^+ \alpha_p + E_p^\beta \beta_p^+ \beta_p \} + \sum_{q,\lambda} \omega_{q\lambda}^0 b_{q\lambda}^+ b_{q\lambda},$$

$$H_{im} = \sum_i \sum_{p,p'} \{ U_{(p,p')}^{\alpha\alpha} \alpha_p^+ \alpha_{p'} + U_{(p,p')}^{\beta\alpha} \beta_p^+ \alpha_{p'} + U_{(p,p')}^{\alpha\beta} \alpha_p^+ \beta_{p'} + U_{(p,p')}^{\beta\beta} \beta_p^+ \beta_{p'} \}$$

H_0 は相互作用しない電子とフォノンのハミルトニアン、 H_{im} は不純物と電子の相互作用、また H_{ep} は電子とフォノンの相互作用を示す、Frölich ハミルトニアンである。また $b_{q\lambda}$ は λ 方向に偏極したフォノンの消滅演算子、 $\omega_{q\lambda}^0$ は裸のフォノン振動数、 α_p と β_p はそれぞれ α と β バンドの消滅演算子、又 α バンドのエネルギースペクトラム E_p^α と β バンドのそれ E_p^β はブラッグ面 $\{G\}$ の近くで、エネルギー ϵ_p と ϵ_{p-G} の二つの自由なエネルギースペクトラムを持った平面波 $e^{i\mathbf{p}\cdot\mathbf{r}}$ と $e^{i(\mathbf{p}-\mathbf{G})\cdot\mathbf{r}}$ の干渉を考えると、次のように書ける。

$$\begin{aligned}
 E_p^\alpha &= \frac{\epsilon_p + \epsilon_{p-G}}{2} + \frac{\sqrt{(\epsilon_p - \epsilon_{p-G})^2 + 4V(G)^2}}{2} \\
 E_p^\beta &= \frac{\epsilon_p + \epsilon_{p-G}}{2} - \frac{\sqrt{(\epsilon_p + \epsilon_{p-G})^2 + 4V(G)^2}}{2} \dots\dots\dots(6)
 \end{aligned}$$

さらに $V(\mathbf{q})$ とは電子とイオンの相互作用ポテンシャルのフーリエ成分であり、 $U_{pp'}$ は不純物と電子の相互作用の強さを示し、これらは Bogoliubov 変換の係数を含んでいる。簡単のために、我々は図1のように Fermi 面が2つの Brillouin ゾーンの所で交叉してと考える⁽¹²⁾。ブラッグ面 $\{G\}$ の近くで、2つの平面波が重なっている。

さて、これらの状態を考慮にいれて、グライダラムの方法を使って Boltzman 方程式を導いてやると、Holstein⁽¹¹⁾ の論文の方法に従って、不純物散乱の影響も入った次の式が求まる。

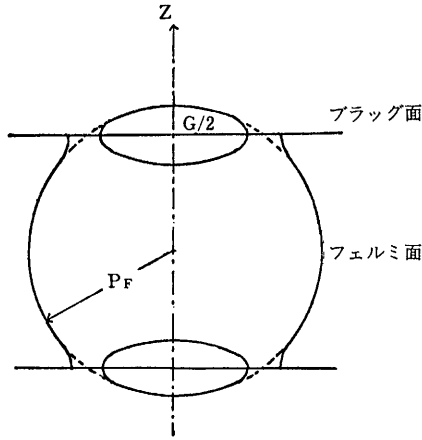


図 1.

$$v_{pz}^{\alpha, \beta} - \frac{\Phi_p^{\alpha, \beta}(z)}{\tau_p} + 2 \sum_{\pm q} A_p q \operatorname{Im} G_{p \pm q}^{\alpha, \beta, R}(z \pm \omega_q) \{f(\omega_q \pm z) + N(\omega_q)\} \\ \left\{ \Phi_{p \pm q}^{\alpha, \beta}(z \pm \omega_q) - \Phi_p^{\alpha, \beta}(z) \mp n_q \right\} = 0 \dots\dots\dots (7)$$

$$\frac{2}{\pi} \sum_{\alpha, \beta, p, \pm} \pm A_p q \omega_q \operatorname{Im} G_{p \pm q}^{\alpha, \beta, R}(\pm \omega_q) \operatorname{Im} G_p^{\alpha, \beta, R}(0) \Phi(0) - 2 \Delta_q n_q = 0 \dots\dots\dots (8)$$

$$\Delta_q = \frac{1}{\pi} \sum_{\alpha, \beta, p, \pm} \pm A_p q \omega_q \operatorname{Im} G_{p \pm q}^{\alpha, \beta, R}(\pm \omega_q) \operatorname{Im} G_p^{\alpha, \beta, R}(0) \dots\dots\dots (9)$$

ここで ω_q は繰り込まれたフォノン振動数, $f(x)$ と $N(x)$ はそれぞれ, フェルミとボーズ分布関数である。また $\Phi_p^{\alpha, \beta}$ と n_q は α 電子と β 電子及びフォノンの, 平衡分布からのずれの関数であり, グイヤグラムではバーテックスに対応する, $G_p^{\alpha, \beta, R}$ は α 電子又は β 電子の遅延グリーン関数で⁽¹⁰⁾, Δ_q はフォノンの自己エネルギーの虚数部分を示している。上の式を導く時に, 遅延フォノングリーン関数の虚数部分を $\Delta_q \ll \omega_q$ であるとして $-\pi[\delta(\omega_q + \zeta) + \delta(\omega_q - \zeta)]$ のようにデルタ関数にとった, また ω_q がフェルミエネルギーに比べて十分に小さいことから十分低温の領域で, $f(z \pm \omega_q) - f(z) \approx \mp \omega_q \delta(z)$ の近似を使った。(7) 式と(8)式で A_p は電子フォノンの散乱の強さを示し, N を電子の数密度, M をイオンの質量とすると,

$$A_p \approx \frac{1}{2NM\omega_q} \left| (\epsilon_1 \cdot \mathbf{q}) V(\mathbf{q}) + (\epsilon_1 \cdot \mathbf{G}) \frac{\mathbf{G} \cdot \mathbf{q}}{2m} \right|^2 \equiv A_U \quad \text{但し } p_z = \pm \frac{G}{2} \text{ の近傍}$$

$$A_p \approx \frac{1}{2NM\omega_q} \left| (\epsilon_1 \cdot \mathbf{q}) V(\mathbf{q}) \right|^2 \equiv A_0 \quad \text{その他の領域。}$$

また (7) 式の第二項は電子と不純物の散乱による項であり, フェルミ面の形状によりかなり変化

をうける⁽¹³⁾ ののであるが、我々の近似の適用の範囲として、フェルミエネルギーに比べて、フェルミ面のギャップのエネルギー $V(G)$ がかなり小さい時を考えているので、以下では一定として計算してしまう。また不等式 $\frac{1}{\tau} \gg \frac{q^2 V(\omega)^2}{NMuV}$ ($\omega_q = uq \approx T$, u と v はそれぞれフォノンとフェルミ面上の電子の速度である) が成立する程十分低温であるとすれば、抵抗への主な寄与は不純物散乱によるものである。さらに不純物濃度が、電子とフォノンのパーテックスの不純物による補正を必要としないくらい希薄である $\tau Vq \gg 1$ が成立する領域での近似であるとすれば、我々は図2に示したダイアグラムを考慮するだけで十分である。図2のはじめの3つのダイアグラムから電気伝導度への寄与をまとめて書くと次のようになる。

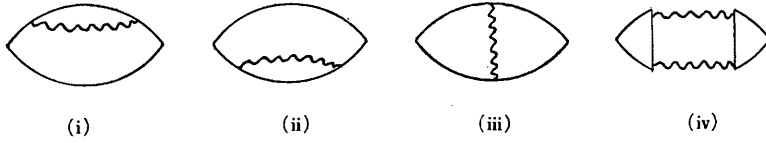


図 2.

$$\sigma_{0xx} = \frac{e^2}{\pi} \sum_{\alpha\beta, p, q, \pm} A_p q I_m G_{p\pm q}^{\alpha, \beta, R}(\pm\omega_q) I_m G_p^{\alpha, \beta, R}(0) \tau_p v_{px}^{\alpha, \beta} (\tau_{p\pm q} v_{p\pm q}^{\alpha, \beta} - \tau_p v_{px}^{\alpha, \beta}) \{f(\omega_q) + N(\omega_q)\} \dots \dots \dots (10)$$

但しここで速度 $v_p^{\alpha, \beta}$ としてはブラッグ面 $\{G\}$ 近くでは次のようになっている。

$$v_p^{\alpha, \beta} = \frac{1}{m} \left\{ p - \frac{G}{2} \pm \frac{G}{2} \frac{\epsilon_p - \epsilon_{p-G}}{\sqrt{\epsilon_p - \epsilon_{p-G}}^2 + 4V^2(G)} \right\}$$

図2の4番目のダイアグラムの寄与はフォノンドラグによるものであり

$$\sigma_{Dxx} = \frac{e^2}{\pi^2} \sum_{\alpha} \sum_{\beta} \sum_{p, q, \pm} \pm (\pm) \frac{A_p A_{p'} \omega q^2}{A_q} I_m G_{p\pm q}^{\alpha, \beta, R}(\pm\omega_q) I_m G_p^{\alpha, \beta, R}(0) I_m G_{p'}^{\alpha', \beta', R}((\pm)\omega_q) I_m G_{p'}^{\alpha', \beta', R}(0) \tau_{p'} v_{p'x}^{\alpha', \beta'} v_{px}^{\alpha, \beta} \{f(x) + N(\omega_q)\} \dots \dots \dots (11)$$

また上の (10) と (11) 式でグリーン関数 $G_p^{\alpha, \beta, R}(z)$ として我々の近似の範囲内では

$$G_p^{\alpha, \beta, R}(z) = \frac{1}{z - E_p^{\alpha, \beta} + \frac{i}{2\tau_p}}$$

ととった。我々に残されている計算は (10) と (11) 式の計算であ

りこれを次の章で行う。

III. 計算の結果

前の章で求めた電気伝導に対する表式を実際に求めるため、(10) 式と (11) 式の和を計算する必要がある。その時グリーン関数の虚数部として含まれている項以外は $\frac{1}{\tau} \cdot mv^2 \ll 1$ の条件のもとでなめらかに変化する関数であることに注意すれば、電子が丁度フェルミ面近くにいる時、即ち $E_p \approx 0$ とか $E_{p+q} \approx 0$ の時が運動量の和のうちで、一番和の計算に効くことがわかる。従って(10)

と (11) 式の中でグリーン関数以外の項は、電子がフェルミ面にある時の値でおきかえることにする。Dworin⁽¹⁶⁾ は同様な方法でフォノンドラグの項を計算したが、彼の論文の (8) と (9) 式では、すべてのグリーン関数において、有限の電子の寿命を考慮していない。さらに彼の計算では、 $\sum_q I_m G_{p\pm q}^R I_m G_{p\pm q}^R$ の q での和の計算に ω_q の q 依存性を無視しているがこれは計算に重大な影響を及ぼしている、また彼の言う円筒型のフェルミ面の型の時に電子のエネルギー・スペクトラムとして自由電子のそれを使ってしまっている。我々はこれらの点で Dworin の計算は正しくないと思えるので、これらの点を改めた計算を行ってみた。

温度が十分に低い時、即ち $q \ll \frac{V(G)}{E_F}$ が成り立つ時には、フォノンによる電子のバンド内散乱だけを考えればよい、(10) と (11) 式から球型のフェルミ面の場合には、少々面倒な積分の計算を実行して次のように、フォノンドラグを入れない時と、フォノンドラグのある時に対して求まる。

$$\sigma_0^{S.F} = -\frac{1}{6\pi^3} \tau^2 e^2 p_F \left(\frac{u}{v_F} \right) A_0 T^4 \frac{I_4}{u^4}, \dots\dots\dots(12)$$

$$\sigma_D^{S.F} = -\frac{1}{3\pi^3} \tau^2 e^2 (m p_F)^2 \left(\frac{u}{v_F} \right)^2 \frac{A_0^2 \omega_q}{A_q} T^3 \frac{I_3}{u^3}, \dots\dots\dots(13)$$

ここで v_F はフェルミ速度で、 p_F はフェルミ運動量、 e は電子の電荷、また I は次のように定義しておく。

$$I_n = \int_0^\infty x^n \frac{e^x dx}{(e^x - 1)(e^x + 1)}.$$

次に球型でない図1の首の部分のようなフェルミ面の部分からの寄与を計算すると、首の部分の巾は $p_F \frac{V(G)}{E_F}$ の大きさであることに注意して、こまかい数値を無視すれば、フォノンドラグを考えない時の大きさ σ_0^U はウムクラップの特徴を示す伝導度であり、

$$\sigma_0^U \sim -\tau^2 e^2 p_F \frac{V(G)}{E_F} \left(\frac{u}{v_r} \right) A_U T^3 \frac{I_4}{u^4} \dots\dots\dots(14)$$

但しここで v_r はフェルミ面上の首の部分の電子の速度である。最後にウムクラップを考慮したフォノンドラグの効果の計算を行うと、この時 (11) 式で主な項は

$\sum_{p \in Neck} I_m G_{p\pm q}^R I_m G_p^R \cdot \sum_{p' \in Spherical} I_m G_{p'\pm q}^R I_m G_{p'}^R$ によるものであり、結局

$$\left. \begin{aligned} \sigma_D^U \sim & -\tau^2 e^2 (m p_F)^2 \frac{u}{v_r} \frac{u}{v_F} \frac{V(G)}{E_F} \left\{ A_0 + 0 \left(\frac{v_F V(G)}{v_r E_F} \right) A_U \right\} \\ & \times \frac{A_U \omega_q}{A_q} \frac{T^3}{u^3} \cdot I_3 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(15)$$

となる。ここでの v_F とは、フェルミ面の球状の腹の部分での電子の速度であり、 A_q は

$$A_q \sim \frac{A_0 m^2 \omega_q}{2\pi} \left\{ 1 + 0 \left(\frac{V(G)}{E_F} \right) \right\}$$

以上の結果をまとめると、 $1/\tau \cdot m v_r^2 \ll 1$ の時には、 $\sigma_0^{S.F}$ に対する σ_0^U の比は $\frac{\sigma_D^U}{\sigma_0^{S.F}} \sim \frac{v_F}{v_r} \frac{V(G)}{E_F}$ となっている、従って首の部分の狭くなる程 α バンドの電気伝導に対する寄与は大きくな

る。また $\sigma_D^{S.F}$ の $\sigma_0^{S.F}$ に対する比は $\frac{\sigma_D^{S.F}}{\sigma_0^{S.F}} \sim \frac{u}{v_F} \frac{u p_F}{T} \sim \frac{u \Theta_D}{v_F T}$ であるからフォノンドラッグは低温になる程電気伝導に対して寄与を与える。但し Θ_D とは Debye 温度である。しかしながら我々の計算でわかったように、電気伝導のずれの大きさは、Dworin によって導かれたものより非常に小さい。エネルギーギャップの小さい時には、フォノンドラッグとウムクラップの電気伝導に対する影響は、不純物散乱が主であるような低温の領域では担当に小さい。従ってより少し高温でフェルミ面の非等方性の大きい金属での実験結果と、ここでの結果を適合させるわけにはいかないであろうが、Matthiessen 法則からのずれと温度の関係は我々の計算法でも確かに与えられることがわかった。Matthiessen 法則とは Boltzman 方程式を試行関数法で解く時に、不純物散乱とフォノン散乱に対する試行関数が同じ形をしている場合に適用できるのであるから、十分低温でのみ適用可能な、不純物に対してのみ十分な試行関数形を使っても、フォノン散乱はうまく解いていないことになる。またウムクラップが強く効くような非等方なフェルミ面の場合には、非等方性が十分反映されるような試行関数を選ばねばならない。最近 Bergman⁽⁹⁾ 等はこれらのことを考慮して試行関数として $\Phi'_n = [v/v_F]^n \mathbf{v} \cdot \mathbf{F}$ のような関数を採用して、実験と適合させているが、我々の計算においても、近似が不適當である領域では非等方性を十分考慮して解く必要がある。その為に不純物による電子の散乱の緩和時間を異方性を考えて解く事や、電子のフォノンによるバンド間散乱も考えにいれる必要がある。

終りに、これらの仕事は、Dr. T. Kitamura と共同の研究であり⁽¹⁴⁾、それに最近の研究も少し加筆させて頂きたいことをお断わりしておく。

参 考 文 献

- (1) Ziman J., *Electrons and Phonons*, Clarendon Press, Oxford (1960).
- (2) Garland and Bowers, *Phys. Rev. Letters* 21, 1007 (1968).
- (3) Ekin J. W., Ph. D. thesis, Cornell University, 1971 (unpublished).
- (4) Caplin A. D. and Rizzuto C. J., *Phys. C: Proc. Phys. Soc. London* 3, L117 (1970).
- (5) Kitamura T. Watanabe H. and Takada S., *Phys. Lett.* 40A, 2, 171 (1972).
- (6) Dworin L. D., *Phys. Rev. Lett.* 26, 124 (1971).
- (7) Ehrlich A. C., *Phys. Rev. B* 1, 4537 (1970).
- (8) Schotte D. and Schotte U., *J. Phys. C* 3, L117 (1970).
- (9) Bergman Y. Kaveh M. and Wisner N., *Phys. Rev. Lett.* 18, 606 (1974).
- (10) Abrikosov A. A. et al., *Method of Quantum Field Theory in Statistical Physics*, translated and edited by R. Silverman (Prentice-Hall, Englewood Cliffs, N. J., (1963).
- (11) Holstein T., *Ann. Phys. (New York)* 29, 410 (1964).
- (12) Lawrence W. E. and Wilkins J. W., *Phys. Rev. B* 6, 12, 4, 466 (1972).
- (13) Ziman J. M., *Phys. Rev.* 121, 1320 (1961).
- (14) Kitamura T. Watanabe H., *Lett al Nuovo Cimento* 10, 5, 189 (1974).