

## 多数個ピンホールによるフラウンホーフエル回折模様

内 田 直

(昭和 53 年 9 月 30 日 受理)

### Fraunhofer Diffraction Pattern from Multiple Pinholes

Sunao UCHIDA

(Received September 30, 1978)

#### 緒 言

光の一部が衝立でさえぎられたとき、その衝立の裏側に光が回り込むという回折現象は良く知られている事実であり、これについての理論はフルネルによって確立されている。一方、これより先、ヤングは単色点光源から出た光を衝立に開けた2つのピンホールによって分けると、このピンホールは2つの同位相の2次単色光源となりこれが衝立の後方で重なった領域で干渉縞が形成されることを示した。今日では光の干渉及び回折という現象はレーザーという干渉性の高い、明るい単色光源が得られるようになって簡単な装置で複雑な実験ができるようになった。

円形開口（ピンホール）によるフラウンホーフエル回折像はエアリーの像として知られている<sup>1)</sup>。また、ランダムに並んだ多数の同一円形開口によるエアリー像は個々の円形開口によるエアリー像の強度で重なることが知られている<sup>2)</sup>。

本報告は規則正しく並んだ同一とみなせるいくつかの円形開口によるフラウンホーフエル回折像を He—Ne ガスレーザーを光源として実験し、その結果を回折及び干渉の理論により解析を試みたものである。

#### エアリー像

フラウンホーフエル回折において、波長  $\lambda$  の光源が衝立から無限遠にあるとし、衝立内の半径  $a$  の円形開口によるフラウンホーフエル回折像を焦点距離  $f$  のレンズで集光させる。この時、像面上中心（レンズの焦点位置）からの距離  $r$  における回折光強度  $I(r)$  は像中心強度を 1 に正規化して、

$$I(r) = \left\{ \frac{2J_1(Kar)}{Kar} \right\}^2, \quad K = \frac{2\pi}{\lambda f} \quad (1)$$

と表わすことができる。ここに  $J_1$  は 1 次の第 1 種ベッセル関数である。この回折像の強度分布は中心が最も強く、中心から離れるに従い急激に減少し、

$$r_1 = 1.220 \frac{\lambda f}{2a} = 0.61 \frac{\lambda f}{a} \quad (2)$$

で零となり、そこから再び増加し

$$r_2 = 1.635 \frac{\lambda f}{2a} = 0.82 \frac{\lambda f}{a} \quad (3)$$

で 2 番目の極大となる。2 番目に零になる所は

$$r_2' = 2.233 \frac{\lambda f}{2a} = 1.12 \frac{\lambda f}{a} \quad (4)$$

である。以後極大と零とを繰り返しながら減少していく。しかし、2 番目の極大 ( $r_2$ ) での強度は中心強度の 2% 以下であり、像全体をみたときには中心から最初に零になる所 ( $r_1$ ) までの円盤（エアリーの円盤）の強度は全光量の 84% に達する。つまり、円形開口によるエアリー像は中心に明るい円盤があり、それを取り巻く円環が外側にいくつも広がっており、個々の円環の明るさは外側にいく程、急激に減少する。

#### 多光束干渉

1 つの単色光源から出た光をいくつかに分割し、これらが空間の一点で再び交わった時、その点を原点にとれば、個々の光は次のように表わされる。

$$U_m = A \exp i(\omega t + \delta_m), \quad m = 1, 2, \dots \quad (5)$$

ここに  $A$  は振幅、 $\omega$  は周波数であり、 $\delta_m$  はそれぞれの  $U_m$  の光の今考えている点（原点）での位相である。これより光の和  $U$  は

$$U = \sum_{m=1}^n U_m = A \exp i\omega t \sum_{m=1}^n \exp i\delta_m \quad (6)$$

となる。従って強度は

$$I = |U|^2 = A^2 \sum_{m,m'} \cos^2(\delta_m - \delta_{m'}) \quad (7)$$

である。

今、図1のように1つの単色光源から出た波長  $\lambda$  の光

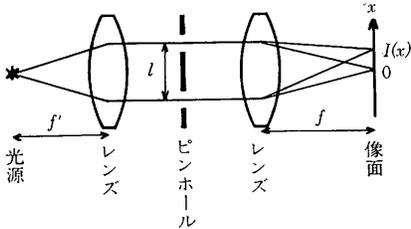


図1. 2光束干渉

光源より出た単色光は最初のレンズにより平行光束となり、2個のピンホールを通過した後、次のレンズで集光され焦点近傍に干渉縞を生じる。

をピンホールにより互に平行な2光束に分割し、ここに焦点距離  $f$  のレンズを置き焦点面上での干渉縞をみる。分割された2光束の間隔を  $l$  とし、レンズの焦点を原点として  $l$  と同じ方向に  $x$  軸をとれば、 $x$  軸上の干渉縞の強度は(7)式より

$$I(x) = 4A^2 \cos^2 \frac{\delta_1 - \delta_2}{2} \quad (8)$$

となる。ここで  $l$  の大きさに対し  $f$  を充分大きくとれば、原点付近での位相差は

$$\delta_1 - \delta_2 = \frac{2\pi}{\lambda f} x$$

とみなすことができ(8)式は

$$I(x) = 4A^2 \cos^2 \frac{\pi l}{\lambda f} x \quad (9)$$

となる。この干渉縞の明部と明部または暗部と暗部の間

隔は

$$\Delta x = \frac{f \lambda}{l} \quad (10)$$

である。ここでエアリー像内の干渉縞の数を調べてみる。(2)および(10)式から、エアリーの円盤内では

$$R_1 = \frac{2r_1}{\Delta x} = 1.220 \frac{l}{a} \quad (\text{本}) \quad (11)$$

であり、エアリー像の最初の円環までを含めると(4)および(10)式より

$$R_2 = \frac{2r_2'}{\Delta x} = 2.233 \frac{l}{a} \quad (\text{本}) \quad (12)$$

として求めることができる。

### 実験方法

図2に示すように、He-Ne ガスレーザーから発振された波長  $\lambda = 632.8 \text{ nm}$  の光をコリメーターにより平行光束とし、その後方に焦点距離  $f = 55 \text{ mm}$  のレンズを置いて、レンズの焦点上にピントを合わせた顕微鏡対物レンズにより10倍に拡大したエアリー像を観察し、写真撮影をした。ここでピンホールはコリメーターとレンズの間に置くようにし、いろいろなピンホールに交換できるようにした。

写真撮影に用いた感光材料は中間濃度も知るために通常のフィルム（ここではトライXフィルム）とした。図2の装置の設定で最も注意したことは光軸を合わせたことであり、特にコリメーター系は2個のレンズで代用したのでピンホールに入る波面が平面波となるように、コリメーターレンズの位置を正しくセットしなければならなかった。更にレンズによる像面の中心部分は10倍の顕微鏡対物レンズで拡大したが、このとき対物レンズと感光材料の位置は撮影像に影響するので充分注意した。

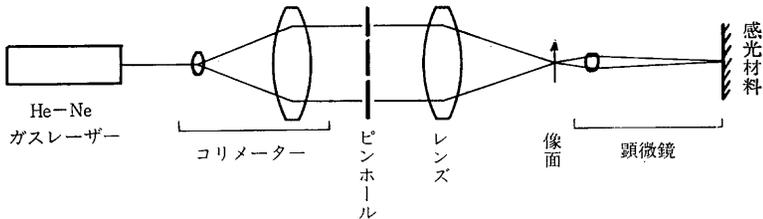


図2. 実験装置の配置

干渉及びフラウンホーフェル回折の実験装置である。ここには光学系を主として記入してある。

### 結果と考察

図3に単1ピンホールによるエアリー像（フラウンホ

ーフェル回折像）の10倍の拡大像を、図4にピンホールの間隔  $l$  の値を変えた4種の2光束干渉縞を呈するエアリー像の10倍の拡大撮影像をそれぞれ示す。また図5に

は多光束干渉の時のピンホールの位置関係とそれに対するエアリーの円盤における干渉模様を示す（倍率は20倍である）。

ここで使用したピンホールはアルミ箔に針の先で穴をあけたもので、何種類も作ったうちの最も良い干渉縞や回折像を作ったものを選んだ。顕微鏡による測定で直径

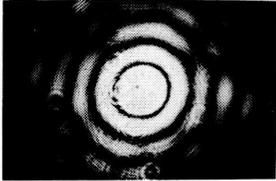


図3. エアリー像

単1ピンホールによるフラウンホーフェル回折像である。ピンホールの円形開口の直径は0.15mmで、この写真は10倍に拡大したものである。

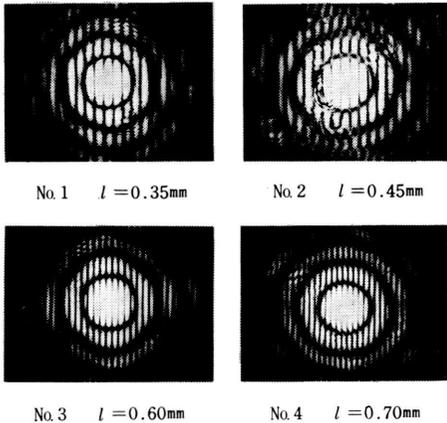


図4. 二光束干渉によるエアリー像内干渉縞

2個のピンホール間隔  $l$  を変えた時のエアリー像上に現れた干渉縞である。写真の倍率は10倍であり、個々のピンホールの円形開口の直径は0.15mmである。

表1. エアリー像上の干渉縞数

$l$	$2r_2'$ 内の干渉縞本数	
	計	算* 測 定**
0.35 mm	10.5 ±2	10.0
0.45	13.5 ±3	12.0
0.60	18.0 ±3	16.0
0.70	22.0 ±4	18.0

\*  $l$  及び  $2a$  にそれぞれ  $\pm 0.02$  mm の誤差を考慮して(2式)から求めた本数。

\*\*図5に示した10倍の拡大像の撮影ネガから求めた本数。

$2a = 0.15 \pm 0.02$  mmであった。二光束干渉に使用したピ

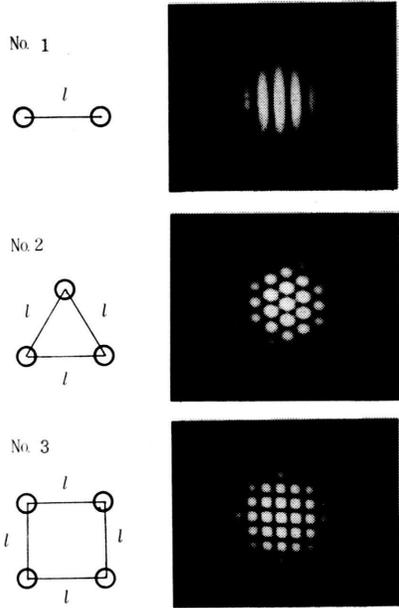


図5 多光束干渉によるエアリー像内干渉模様

それぞれの写真（倍率20倍）は左側に示したピンホールに対応する干渉模様である。 $l$ の値は全てに共通であり0.45mmである。またピンホールの直径は0.15mmである。

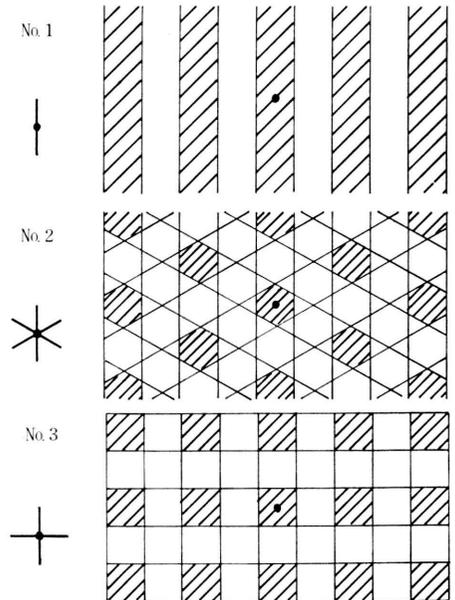


図6 干渉縞の幾何学的作図

No. 1は二光束干渉の干渉縞で斜線部分が明るいことを表わしている。中央の黒点は中心である。No. 2はNo. 1の中心を軸として左右に $120^\circ$ づつ回転した3つの干渉縞の交点を斜線で示してある。No. 3は同様に直角にして2つの干渉縞の交点を斜線で示してある。

ンホールの間隔  $l$  は 0.35 mm, 0.45 mm, 0.60 mm, 0.70 mm の 4 種類で  $l$  の誤差は 0.02 mm であった. 多光束干渉に使用したものは図 5 に示すように, 辺の長さとしての  $l$  が 0.45 mm で誤差は少し大きく 0.05 mm であった.

ピンホールの形は針先で押し開けたために裏側にめくれが生じたが, エアリー像の中心付近を見る時はほとんど支障がなかった. しかし, 図 3~図 5 でもわかるようにエアリー像内に雑音を生じさせる結果となった. またピンホール開口が完全なる円になっていないため, エアリー像に少しのゆがみが生じ, 更に開口に少しのきれつがあるためエアリー像の明るさが一様になっていない.

図 4 に示した 4 種類のピンホール間隔による干渉縞の本数をエアリー像の最も内側の円環内について調べた結果を表の“測定”に示す. 一方表の“計算”はピンホール開口  $2a=0.15 \pm 0.02$  mm とし, ピンホール間隔  $l$  の値に 0.02 mm の誤差を考慮して(19)式から計算で求めた本数である. この表から“測定”と“計算”による干渉縞の本数が誤差の値が大きいとはいえ, かなり近い値になっているとみなせる.

ピンホール 3 個を辺の長さ  $l$  の正三角形の角に置いた場合の干渉模様を図 5 の No. 2 に示してあるが, これは図 5 No. 1 の干渉縞を中心に対して  $120^\circ$  づつ回転した 3 個の干渉縞を重ねた時の交点に点の干渉として表わすことができる (図 6 No. 2). 4 個のピンホールについては辺の長さ  $l$  の正四角形の角に置いた場合の干渉模様を図 5 No. 3 に示してある. これも 3 個のピンホールの場合と同様に図 5 No. 1 の干渉縞の 2 個を中心を軸として  $90^\circ$  の角が成すようにして重ね合わせた時の点の干渉模様として表わすことができる (図 6 No. 3)

## 結 論

エアリーの円盤が比較的楽に見られる程度のピンホールを使って光の回折像を得て, いくつかのピンホールに

よる回折像内にできる干渉を調べた. 最初に示した 2 つのピンホールによってできるエアリー像内の干渉縞の間隔はピンホール間隔の増加とともに減少していることがわかった. この 2 つのピンホールを基本と考えて 3 個および 4 個のピンホールをそれぞれ, 辺の長さが 2 つのピンホール間隔に等しくした, 正三角形および正四角形の角に置いた場合に拡張して検討したところ, 幾何学的な作図による扱いとして, この 3 個および 4 個のピンホールの規則的な配列による干渉模様は 2 個のピンホールの場合の干渉縞を中心に対し回転し, 何個かの干渉縞の重ね合わせの像と見ることができた.

ここでは光の干渉および回折という現象を別々なものとして取り扱ったが, 本来はどちらも波動としての光の性質から来るもので, その現われが異なるだけである. しかし, ここで示された範囲ではピンホールという小開口による像についてある程度の理解を示すことができたであろうと考える. まだ残っていることは, ピンホールの規則的な配列を変えたり, もっと多数のピンホールについて研究することであろうと思われる.

## 要 約

何個かの規則的なピンホールの配列による単色光のフラウンホーフェル回折現象をエアリー像として得, そのエアリー像内に 2 光束干渉や 3 光束干渉の干渉縞または干渉模様を得た. そして 2 光束干渉でのエアリー像内の干渉縞の本数を調べ, 更に 3 または 4 光束でのエアリーの円盤内の干渉模様を 2 光束干渉での干渉縞の幾何学的作図から求めることができることを確かめた.

## 文 献

- (1) M. Born, E. Wolf: *Principles of OPTICS* 4th ed., Pergamon Press, London (1970) p. 395
- (2) 久保田 広: 波動光学, 岩波書店, 東京 (1971) p. 264